

1 点 (x_0, y_0) を

$$\begin{cases} x_0 = 2x - 4y + 1 \\ y_0 = x + 3y - 2 \end{cases}$$

が成り立つように、点 (x, y) に移す操作を K とする。また、曲線 C_0 上の全ての点に対して操作 K を施すことで、新たな曲線 C を作る操作を $\mathcal{L}$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

1. 楕円 $x^2 + 2y^2 = 4$ に操作 $\mathcal{L}$ を施すことでできる曲線の方程式を求めよ。
2. 双曲線 $3x^2 - 4y^2 = 2$ に操作 $\mathcal{L}$ を何回施しても、双曲線 $x^2 + xy - 8y^2 + 2x - 3y = 2$ にはならないことを示せ。

2 平面上に $n+1$ 個の点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{n+1}$ があり、2 点 A_1, A_{n+1} は一致している。また、これら $n+1$ 個の点のどれも通らない任意の直線 L がある。 $1 \leq k \leq n$ なる整数 k に対し、直線 $A_k A_{k+1}$ と直線 L が交点 P_k をもつとき、

$$\frac{A_1 P_1}{P_1 A_2} \cdot \frac{A_2 P_2}{P_2 A_3} \cdot \frac{A_3 P_3}{P_3 A_4} \cdots \frac{A_n P_n}{P_n A_{n+1}} = 1$$

が成り立つことを示せ。

1 1.

2.

2