

1 自然数  $n$  に対し、 $n$  以下の自然数で  $n$  と偶奇が一致する数全ての積を「 $n!!$ 」と表す。例えば、 $5!! = 5 \times 3 \times 1 = 15$  である。なお、 $0!! = 1$  とする。以下の問いに答えよ。

1. 任意の自然数  $n$  に対し、等式

$$\frac{(n!!)^2}{n!} = \frac{n!!}{(n-1)!!}$$

が成り立つことを示せ。

2.  $n \neq 1$  なる任意の自然数  $n$  に対し、不等式

$$\frac{1}{n} < \ln \frac{n}{n-1}$$

が成り立つことを示せ。

3. 1., 2. で証明したものをを用いて、極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!!)^2}{n!}$$

を求めよ。ただし、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = \infty$$

であることは証明なしに用いても良い。

1 1.

2.

3.