

1 自然数 n に対し、 S_n, T_n を

$$S_n = {}_{2n}C_n$$

$$T_n = \frac{4^n}{\sqrt{2n}}$$

で定義し、また M_n を

$$M_n = \sum_{k=1}^n \int_{k-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \log_2 \frac{x+n}{x} dx$$

とする。このとき、次の問いに答えよ。

1. 自然数 n に対し $\log_2 S_n \leq M_n$ が成り立つことを示せ。
2. M_n を計算せよ。また、それを利用して、自然数 n に対し $M_n \leq \log_2 T_n$ が成り立つことを示せ。
3. 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{{}_{2n}C_n}{4^n}$ を求めよ。

1. 1.

2.

3.