

1 O を原点とする xy 平面上に、単位円 C と点 P があり、半直線 OP 上に点 Q がある。このとき、2 点 P, Q が $OP \cdot OQ = 1$ を満たしている。なお、 $P \neq O$ とする。次の問いに答えよ。

1. s, t を実数の定数とする。点 P が円 $(x-s)^2 + (y-t)^2 = s^2 + t^2$ 上を動くとき、点 Q の軌跡を求めよ。
2. 円 D 上を点 P が動くときの点 Q の軌跡が円となるための必要十分条件は、円 D が原点 O を通らないことである。これを示せ。
3. 円 C に直交する円 E 上を点 P が動くとき、点 Q もまた円 E 上を動くことを示せ。ただし、「円 C, E が直交する」とは、円 C, E の交点におけるそれぞれの接線が直交することを表す。

1 1.

2.

3.